

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
وَبِالْحَمْدِ لِلَّهِ الْمَوْلَى

ریاضی عمومی (۱)

وحید صمد پور خلیفہ محلہ
دانشجوی دکتری ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج



انتشارات نظری

سرشناسه	: صمد پور خلیفه محله ، وحید / ۱۳۵۷
عنوان و نام پدیدآور	: ریاضی عمومی / وحید صمد پور خلیفه محله
مشخصات نشر	: تهران: انتشارات نظری ۱۳۹۶
مشخصات ظاهری	: ۲۵۰ ص
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۲۸۹-۶۳۲-۲
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیا ی مختصر
یادداشت	: فهرست نویسی کامل این اثر در نشانی http://opac.nlai.ir قابل دسترسی است.
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۶۴۸۳۵۵



انتشارات نظری

نام کتاب : ریاضی عمومی

نویسنده : وحید صمد پور خلیفه محله

نوبت چاپ : اول - ۱۳۹۶

شمارگان : ۱۰۰۰

«کلیه حقوق مادی ، چاپ و نشر مخصوص و محفوظ ناشر می‌باشد»

دفتر مرکزی : تهران، خیابان ولی عصر (عج)، خیابان سید جمال‌الدین اسدآبادی (یوسف آباد)
 نبش خیابان فتحی شقاقی، جنب بانک انصار ، پلاک ۳۲، طبقه ۲، واحد ۱۷

info@nashrenazari.com
 همراه: ۰۹۱۹۰۱۲۹۴۵۵

www.nashrenazari.com
 تلفن: ۸۸۱۰۲۷۷۵

اهداف

(گاوس در پاسخ به انتقاد فقدان انگیزش در نوشته‌هایش خاطر نشان کرد معماران بزرگ زیبایی کارشان را با باقی گذاشتن داریست‌ها در محل پس از اتمام کار از بین نمی‌برند. فلسفه وی بر آموزش تفصیلی ریاضیات در قرن نوزدهم و بیستم معطوف می‌شد و این فلسفه هنوز هم در کتاب‌های ریاضی سطح متوسط به بالا یافت می‌شود. امروزه زیبایی ذاتی و طبیعی ریاضیات با دور شدن از دیدگاه‌های گاوس تقریباً کم رنگ شده است و مانند بیشتر امورات زندگی عموماً تقدیر بر ادراک بدست آمده از نبوغ مقدم‌تر است و این چارچوب در ریاضیات نیز مشاهده می‌شود.)

هدف این کتاب ارائه مطالب ریاضی عمومی برای دانشجویان رشته‌های مهندسی یا علوم کاربردی در سطح کاردانی و کارشناسی می‌باشد. چون ریاضی عمومی معمولاً از دغدغه‌های اصلی دانشجویان آموزش عالی می‌باشد، لذا در این کتاب مطالب ریاضی عمومی به صورت مبسوط برای طیفی از دانشجویان که در صدد پرکردن خلأهای ناشی از آموزش‌های نامنظم می‌باشند، ارائه شده است. نکات مهم کتاب با عبارت "به یاد داشته باشیم که" ارائه شده است تا اهمیت مطالب به خواننده القا شود و در واقع میراثی است از یکی از بهترین معلمان دوره دبیرستانم که تاکید داشت تکرار مداوم عبارت "به یاد داشته باشیم که" تاثیر بسزایی در یادگیری مطالب دارد و با این کار خواستم یاد و خاطره ایشان را زنده و دینم را به مقام معلم ادا نموده باشم.

مطالب این کتاب برای یک ترم تحصیلی می‌باشد. به هر حال کتاب از این قابلیت برخوردار است که با حفظ پیوستگی مطالب، به آسانی برای دوره‌های مختلف کاردانی و کارشناسی مورد استفاده قرار گیرد.

انتشارات نظری

از انتشارات نظری و پرسنل آن که افتخار انتشار این کتاب را به اینجانب دادند کمال تشکر را دارم. اهداف، فلسفه و آرمان‌های این انتشارات را پذیرفتم چرا که هیچ سازمان و نهادی را در کشور به منظور انتشار این کتاب بهتر ندیدم. به ویژه از آقای نظری، مدیر محترم انتشارات، بسیار ممنونم چرا که فداکاری مستمر و همراهی و صبوری ایشان مرا به نوشتن این کتاب بیشتر ترغیب نمود.

سپاسگذاری

این کتاب حاصل چندین سال تدریس در رشته‌های مختلف به هزاران دانشجوی دوره کاردانی و کارشناسی می‌باشد. از تمامی همکاران و دانشجویانم که با انتقادات سازنده و اصلاحات پیشنهادی و حمایت‌های معنوی حامی‌ام بودند سپاسگذارم. ممنون دانشجویانم هستم که با ارتباطات و پیشنهادات خود باعث بهبود و پیشرفت کاری من شدند.

بالطبع هر نویسنده‌ای از نویسندگان پیشین تأثیر فراوان می‌پذیرد در مورد شخص من این نویسندگان عبارتند از:

- دکتر Carl.D.Meyer نویسنده کتاب جبر خطی کاربردی و تحلیل ماتریسی
 - پروفسور عبدا... شیدفر نویسنده کتابهای معادلات دیفرانسیل، ریاضیات مهندسی و...
 - دکتر جواد بهبودیان مولف کتاب آمار و احتمال مقدماتی
 - کنت هافمن نویسنده کتاب جبر خطی و بسیاری از نویسندگان دیگر
- تشکر به این خاطر که روشنگر راهم بوده‌اند.
- تشکر ویژه‌ام را تقدیم به دو تن از بهترین اساتیدم آقایان سید هادی هاشمی و دکتر رضا عزتی می‌نمایم که به پسر کشاورز روستایی به منظور رسیدن به اهدافش انگیزه بسیار داده و کمک‌های فراوان نمودند.
- در نهایت معتقدم نه این کتاب و نه هیچ کدام از آثار دیگرم بدون علاقه، کمک و همکاری دوست و شریک زندگی‌ام سرکار خانم سارا فیض‌ا. پور میسر نمی‌شد. من این کتاب را به همسر و فرزندانم سامیار و همچنین به والدینم تقدیم می‌کنم.



تقدیم به

همسر فداکار و فرزندم سامیار
که چون شمع سوختند تا روشنایی بخش راهم باشند

پدر و مادر عزیزم
که راهم را برای رفتن به هرسمتی مسدود کردند الا دانش اندوزی



فهرست مطالب

فصل اول

آشنایی با نظریه مجموعه ها

۱۷.....	۱-۱- مقدمه
۱۸.....	۲-۱- تعریف مجموعه
۱۸.....	۱-۲-۱- تعلق یا عضویت
۱۸.....	۲-۲-۱- زیر مجموعه
۱۹.....	۳-۲-۱- تساوی دو مجموعه
۱۹.....	۴-۲-۱- مجموعه تهی
۱۹.....	۵-۲-۱- مجموعه توانی
۱۹.....	۶-۲-۱- مجموعه های منتهای و نامتناهی
۲۰.....	۳-۱- اعمال روی مجموعه ها
۲۰.....	۱-۳-۱- اجتماع دو مجموعه
۲۰.....	۲-۳-۱- اشتراک دو مجموعه
۲۱.....	۳-۳-۱- تفاضل دو مجموعه
۲۱.....	۴-۳-۱- تفاضل متقارن
۲۱.....	۴-۱- مجموعه های از هم جدا
۲۱.....	۵-۱- مجموعه جهانی یا مرجع
۲۲.....	۶-۱- متمم مجموعه
۲۳.....	۷-۱- جبر مجموعه ها
۲۳.....	۱-۷-۱- قانون جابجایی
۲۳.....	۲-۷-۱- قانون شرکت پذیری
۲۳.....	۳-۷-۱- قانون توزیع پذیری
۲۳.....	۴-۷-۱- قانون دموگن
۲۳.....	۵-۷-۱- قانون جذب
۲۴.....	۶-۷-۱- قانون خود توانی
۲۴.....	۷-۷-۱- قانون همانی
۲۴.....	۸-۷-۱- قانون تسلط
۲۴.....	۹-۷-۱- قانون معکوس
۲۴.....	۸-۱- افراز یک مجموعه
۲۴.....	۹-۱- زوج مرتب
۲۵.....	۱۰-۱- حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه
۲۵.....	۱۱-۱- تناظر یک به یک

۱۲-۱- مجموعه های هم ارز	۲۶
۱۳-۱- بسته بودن مجموعه نسبت به یک عمل	۲۶
تمرین های فصل اول	۲۸

فصل دوم

رابطه و تابع

مقدمه	۳۳
۱-۲- رابطه	۳۳
۲-۲- تابع	۳۴
۱-۲-۲- نمایش ضابطه ای تابع	۳۵
۲-۲-۲- نمایش پارامتری تابع	۳۶
۳-۲-۲- دامنه و برد تابع	۳۷
۴-۲-۲- تعیین دامنه و برد توابع جبری	۳۷
۵-۲-۲- مشخص کردن تابع	۳۸
۶-۲-۲- برد و روشهای محاسبه آن	۳۹
۷-۲-۲- تابع حقیقی	۴۳
۸-۲-۲- تساوی دو تابع	۴۳
۹-۲-۲- مقدار تابع در یک نقطه	۴۳
۱۰-۲-۲- معرفی چند تابع پرکاربرد	۴۳
۱-۲-۲-۱- تابع ثابت	۴۳
۲-۲-۱۰-۲- تابع همانی	۴۴
۳-۲-۱۰-۲- تابع قدر مطلق	۴۴
۴-۲-۱۰-۲- تابع جز صحیح (براکت)	۴۷
۵-۲-۱۰-۲- تابع نمایی	۴۹
۶-۲-۱۰-۲- تابع لگاریتم	۵۰
۷-۲-۱۰-۲- توابع مثلثاتی	۵۲
۳-۲- بررسی چند ویژگی توابع	۶۱
۱-۳-۲- تابع متناوب	۶۱
۲-۳-۲- تابع یکنوا (صعودی یا نزولی)	۶۳
۳-۳-۲- توابع زوج و فرد	۶۴
۴-۳-۲- توابع یک به یک و پوشا	۶۵
۴-۲- اعمال جبری روی توابع	۶۷
۵-۲- ترکیب توابع	۶۸
۶-۲- معکوس تابع و تابع معکوس	۶۹
۷-۲- توابع هیپربولیک (هذلولوی)	۷۲
تمرینات حل شده	۷۴
تمرینات برای حل	۸۰

فصل سوم حد و پیوستگی

۱-۳	مفهوم حد	۸۷
۲-۳	همسایگی متقارن	۸۹
۳-۳	همسایگی متقارن محذوف	۸۹
۴-۳	میل کردن X به سمت یک عدد	۹۰
۵-۳	تعریف جبری حد تابع در نقطه	۹۰
۶-۳	تعبیر هندسی حد	۹۱
۷-۳	حد چپ و راست تابع در یک نقطه	۹۲
۱-۷-۳	حد چپ	۹۲
۲-۷-۳	حد راست	۹۴
۸-۳	قضایای حد	۹۵
۹-۳	حد در بی نهایت و حد بی نهایت	۹۸
۱۰-۳	محاسبه حد	۹۹
۱۱-۳	استفاده از هم ارزی در محاسبه حد	۱۰۹
۱۲-۳	پیوستگی تابع در یک نقطه	۱۱۰
۱۳-۳	بررسی حالت های ناپیوستگی (انفصال)	۱۱۲
۱۴-۳	قضایای پیوستگی	۱۱۴
۱۵-۳	پیوستگی تابع در بازه	۱۱۴
۱۶-۳	شاخه بینهایت و خط مجانب	۱۱۵
۱-۱۶-۳	تعریف خط مجانب	۱۱۶
۲-۱۶-۳	انواع مجانب	۱۱۶
	تمرینات فصل سوم	۱۳۱

فصل چهارم مشتق و کاربردهای آن

۱-۴	مقدمه	۱۳۷
۲-۴	مساله سرعت و تغییر نسبی	۱۳۷
۳-۴	معادله خط مماس	۱۳۹
۴-۴	مشتق تابع در یک نقطه	۱۴۲
۵-۴	مشتق توابع پر کاربرد	۱۴۳
۶-۴	قضایای مشتق	۱۴۵
۷-۴	مشتق توابع ضمنی	۱۴۶
۸-۴	مشتق تابع معکوس	۱۴۶
۹-۴	نقاطی که مشتق در آنها وجود ندارد	۱۴۸
۱۰-۴	مشتق تابع روی یک بازه	۱۵۱
۱۱-۴	مشتق مراتب بالاتر	۱۵۱
۱۲-۴	کاربردهای مشتق	۱۵۲

۱۵۲.....	۱-۱۲-۴- تعیین یکنوایی تابع
۱۵۳.....	۲-۱۲-۴- تعیین تعداد ریشه های معادله
۱۵۵.....	۳-۱۲-۴- ماکزیمم و مینیمم نسبی و مطلق
۱۶۰.....	۴-۱۲-۴- نقطه عطف، تقعر و تحدب منحنی
۱۶۲.....	۵-۱۲-۴- رفع ابهام قاعده هوییتال و حالت مبهم [∞] (عدد)
۱۶۵.....	۶-۱۲-۴- محاسبه برد توابع
۱۶۶.....	۷-۱۲-۴- مسایل بهینه سازی
۱۶۹.....	۸-۱۲-۴- دیفرانسیل و محاسبه تقریبی توابع
۱۷۱.....	تمرینات حل شده

فصل پنجم

انتگرال و کاربردهای

۱۸۹.....	۱-۵- تابع اولیه (یاد مشتق)
۱۸۹.....	۲-۵- قضیه
۱۹۱.....	۳-۵- خواص انتگرال نامعین
۱۹۱.....	۴-۵- روش های انتگرالگیری
۱۹۱.....	۵-۴-۱- روش تغییر متغیر
۱۹۲.....	۵-۴-۲- روش جز به جز
۱۹۶.....	۵-۴-۳- انتگرال توابع گویا
۱۹۶.....	۵-۴-۳-۱- انتگرال توابع گویای چند جمله ای
۱۹۷.....	۵-۴-۳-۱-۱- در تجزیه $Q(x)$ فقط عوامل خطی بدون تکرار ظاهر شوند.
۱۹۹.....	۵-۴-۳-۲- در تجزیه $Q(x)$ عوامل خطی با تکرار ظاهر شوند.
۲۰۱.....	۵-۴-۳-۳- در تجزیه $Q(x)$ علاوه بر عوامل خطی، عوامل درجه دوم غیر قابل تجزیه به عوامل درجه یک نیز ظاهر شوند.
۲۰۲.....	۵-۴-۳-۲- انتگرال توابع گویای مثلثاتی
۲۰۳.....	۵-۴-۴- تغییر متغیر های مثلثاتی
۲۰۳.....	۵-۴-۴-۱- حل انتگرالهایی که انتگرالده شامل $\sqrt{a^2 - x^2}$ با $(a > 0)$ باشد.
۲۰۵.....	۵-۴-۴-۲- حل انتگرالهایی که انتگرالده شامل $\sqrt{a^2 + x^2}$ با $(a > 0)$ یا $a^2 + x^2$ باشد.
۲۰۷.....	۵-۴-۴-۳- برای حل انتگرالهایی که انتگرالده شامل $\sqrt{x^2 - a^2}$ با $(a > 0)$ باشد.
۲۰۹.....	۵-۴-۵- انتگرال نامعین توانهایی از توابع مثلثاتی و حاصل ضرب آنها.
۲۰۹.....	۵-۴-۱-۱- انتگرالهایی به شکل $\int \sin^n x dx$ و $\int \cos^n x dx$ وقتی n عدد صحیح فرد باشد.
۲۰۹.....	۵-۴-۲- انتگرالهایی به شکل $\int \sin^n x dx$ و $\int \cos^n x dx$ وقتی n عدد صحیح زوج باشد.
۲۱۰.....	۵-۴-۳- انتگرالهایی به شکل $\int \sin^n x \cos^m x dx$ وقتی حداقل یکی از نماها فرد باشد.
۲۱۱.....	۵-۴-۴- انتگرالهایی به شکل $\int \sin^n x \cos^m x dx$ وقتی m و n هر دو زوج باشند.